TP3

Exercice 1

Ecrire un programme transformant un entier n écrit en décimal en l'écriture binaire de n considérée comme une chaine de caractère. Rappel : effectue une suite successive de divisions : n par 2, puis le quotient par 2 et ainsi de suite jusqu'à l'obtention d'un quotient nul. La repésentation binaire de n est alors la suite des restes écrite depuis le dernier obtenu jusqu'au premier.
Exemple : 23=2*11+1, 11=2*5+1, 5=2*2+1, 2=2*1+0 1=2*0+1 c'est terminé. l'écriture binaire est alors 10111.

Exercice 2

Reprendre l'exercice précédent en remplaçant deux par huit.

Exercice 3

Exponentielle rapide : La cryptologie nécessite le calcul de très grandes puissances. L'algorithme présenté ici permet de n'effectuer que $\log_2 n$ produits, au plus, au lieu de $n-1$ produits. Par exemple pour élever à la puissance 500 cela nécessiterait au plus 9 produits au lieu de 499.
On veut donc élever l'entier a à la puissance n.
Première étape : décomposer n en binaire considéré comme chaine de caractères.
$n = (c_0\, c_1\, \cdots\, c_{p-1})_2$ en binaire où $c_i \in \{0, 1\}$.

Initialisation : $z \leftarrow 1$
Pour i variant de 0 à $p-1$:
    $z \leftarrow z^2$
    si $c_i == 1$:
        $z \leftarrow z * a$
donner z

Ecrire le programme correspondant à cet algorithme. Calculer 2^{500} en utilisant ce programme. Combien de chiffre contient ce nombre écrit en décimal.

Exercice 4

Ecrire un programme inversant les chiffres d'un nombre n. Exemple : 123456 $\rightarrow$ 654321. Utiliser restes et quotients dans la division par dix. Le résultat étant un nombre entier.

Exercice 5

1) Ecrire un programme calculant la somme des chiffres d'un entier écrit en décimal.
2) Ecrire un programme calculant la somme des diviseurs propres d'un entier n, c'est à dire un compris mais n

exclu.
3) Un nombre entier est parfait s'il est égal à la somme de ces diviseurs. Ecrire un programme permettant de tester ('TRUE' ou 'FALSE') si un nombre est parfait.
4) Ecrire un programme donnant la liste des nombres parfaits compris entre 1 et T.

Exercice 6

L'algorithme d'Euclide à l'origine était le suivant. Soit $(a, b) \in \mathbb{N}^{*2}$, $b < a$. On pose $c = a - b$ puis $a_1 = \max(b, c)$, $b_1 = \min(b, c)$, $c_1 = a_1 - b_1$, $a_2 = \max(b_1, c_1)$, $b_2 = \min(b_1, c_1)$.... Les suites (a_k) et (b_k) sont strictement décroissantes et au bout d'un nombre fini d'étapes on obtient $a_k = b_k$ (on ne demande pas de vérifier cette propriété). Cette valeur commune est le pgcd de a et b.
Exemple.

a	b	c
168	105	63
105	63	42
63	42	21
42	21	21
21	21	

le pgcd de 168 et 105 est 21.
Ecrire le programme correspondant à cet algorithme.
Rappel : $\max(a, b) = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$.

Exercice 7

Ecrire un programme testant si un nombre donné est premier ou non. Il suffit de s'arrêter à $E(\sqrt{n}) + 1$ et de parcourir cet ensemble d'entiers de deux en deux à partir de trois, sans oublier de tester l'entier 2. La réponse sera 'FALSE' ou 'TRUE'.

Exercice 8

1) Ecrire un programme permettant de calculer le plus petit commun multiple de deux entiers naturels m et n.
On pourra réaliser une boucle dans laquelle on calcule les multiples successifs de m et on sort de la boucle lorsque ce multiple est divisible par n.
2) Que peut on dire du produit du pgcd et du ppcm de deux entiers m et n.