TP4

Exercice 1

Calcul du pgcd de deux entiers a et b
1) Méthode itérative :
$a1 \leftarrow a$
$b1 \leftarrow b$
tant que $b1 \neq 0$:
$r \leftarrow$ reste division de a1 par b1
$a1 \leftarrow b1$
$b1 \leftarrow r$
Fin tant que
pgcd est $a1$.

Ecrire une fonction **pgcd** réalisant cet algorithme. Vérifier qu'elle donne bien pgcd(3888,540)=108

2) Méthode récursive :
Le calcul du pgcd de deux entiers peut se faire sous forme récursive de la manière suivante :
pgcd$(a, 0) = a$. Si $a > b$ alors pgcd(a, b) =pgcd$(a - b, b)$sinon pgcd(a, b) =pgcd$(a, b - a)$.
Ecrire une fonction **pgcd2**, récursive, réalisant cet algorithme.

Exercice 2

Ecrire une fonction **def somme(n) :** calculant la somme des chiffres d'un entier écrit en décimal :
1) Sous forme itérative.
2) Sous forme récursive.

Exercice 3

Deux entiers positifs distincts sont dits amiables si la somme des diviseurs de l'un est égal à l'autre et réciproquement. Ecrire une fonction **def sommediv(n) :** calculant la somme des diviseurs de n et une fonction **def listeamiable(n) :** qui renvoie la liste des paires (ensemble de deux nombres) de nombres amiables compris entre un et n.

Exercice 4

1) Ecrire une fonction récursive **def C(n,p) :** permettant de calculer le coefficient du binôme
$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$ avec les cas de base :
Si $p = 0$ ou si $p = n$ alors le coefficient est égal à 1.

2) Ecrire une procédure **def tableau(n) :** permettant d'afficher tous les coefficients $\binom{k}{p}$ pour un $k \leq n$ sous forme d'un tableau triangulaire comme le tableau de Pascal étudié en cours.

Exercice 5

1) Ecrire une fonction **def nd(n,k) :** qui renvoie le k-ième chiffre de n, compté à partir de la droite.
2) Ecrire une fonction **def nombre(n) :** calculant le nombre de chiffres d'un entier n.
3) En utilisant les deux fonctions précédentes écrire une fonction
def ng(n,k) : renvoyant le k-ième chiffre de n, compté à partir de la gauche. Dans ces deux questions l'entier n est représenté en décimal.

Exercice 6

Voici la définition des années bisextiles, telle qu'elle est rappelée dans Wikipédia. Définition du calendrier Grégorien, qui corrigeait la dérive séculaire du calendrier Julien alors en usage.
Depuis l'ajustement du calendrier grégorien, sont bissextiles les années :
soit divisibles par 4 mais non divisibles par 100
soit divisibles par 400.

Donc, inversement, ne sont pas bissextiles les années : soit non divisibles par 4 ; soit divisibles par 100, mais pas par 400.

Ainsi, 2013 n'est pas bissextile. L'an 2008 était bissextile suivant la première règle (divisible par 4). L'an 1900 n'était pas bissextile, car divisible par 100 ce qui est contraire à la première règle, et non divisible par 400, ce qui ce satisfait pas la seconde règle non plus. L'an 2000 était bissextile car divisible par 400.

1) Ecrire une fonction **def bissextile(n) :** renvoyant la valeur **True** si l'année n est bissextile et la valeur **False** sinon.
2) En remarquant que le premier Janvier 2013 est un Mardi, écrire une fonction **def jour(n) :** renvoyant le jour de la semaine de l'année n. Les jours seront numérotés de 0 pour Dimanche à 6 pour Samedi.