

## TP 6

### Exercice 1

On considère une liste  $L = [x_0, x_2, \dots, x_{n-1}]$  de réels deux à deux distincts et on appelle  $P_i$  le polynôme de degré au plus  $n - 1$  défini par :

$$P_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{n-1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad i \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Ecrire une fonction **def P(i,L,x)** permettant de définir cette fonction polynôme pour chaque  $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$  et chaque liste  $L$ .

### Exercice 2

Soient  $L$  la liste précédente et  $M$  une liste de  $n$  réels quelconque,  $M = [y_0, y_2, \dots, y_{n-1}]$ . On appelle polynôme de Lagrange associé aux listes  $L$  et  $M$  le polynôme de degré au plus  $n - 1$  défini par :

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n-1} y_i \cdot P_i(x).$$

Vérifier que  $\forall i \in \{0, 1, \dots, n-1\} P(x_i) = y_i$ . Ecrire une fonction **def P(L,M,x)** permettant de définir cette fonction polynôme .

### exercice 3

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ . Ecrire une fonction **def P(L,f,x)** qui définit le polynôme de Lagrange pour les listes  $L$  et  $M$  avec  $y_i = f(x_i)$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ .

Pour tracer des courbes avec Python vous devez importer les modules **matplotlib** et **pylab** dans cet ordre. Il faut définir l'intervalle sur lequel est tracée la courbe et le nombre de points utilisés pour le tracé. Par exemple :  $x = \text{linspace}(-5, 5, 500)$  construit une liste d'abscisses comprises entre -5 et 5, équidistantes et au nombre de 500. En définissant  $y = f(x)$  et  $z = g(x)$  où  $f$  et  $g$  sont des fonctions définies auparavant, on obtient les tableaux correspondant des ordonnées. La suite d'instructions `plot(x, y, 'r', label = 'courbe1')`, `plot(x, z, 'b', label = 'courbe2')`, `legend()`, `show()` permet de tracer ces deux courbes sur une même représentation, la première en rouge ('r') et la deuxième en bleu ('b')

### Exercice 4

Soit  $f : x \rightarrow \frac{1}{1+x^2}$ . Tracer dans un même repère les courbes représentatives de  $f$  et de  $Pf$  pour  $L = [-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5]$  en utilisant le tableau  $x$  défini au dessus. N'oubliez pas de définir la fonction  $f$

### Exercice 5

Tracez différentes représentations de  $f$  et  $Pf$  pour  $x \in [-5, 5]$  en prenant un nombre croissant d'éléments dans  $L$

## Exercice 6

Reprendre la question précédente en définissant une liste L avec  $x_i = 5 \cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{22}\right)$ , où les  $\cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2n}\right)$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, 10\}$  sont les

racines du polynôme de Tchebychev d'ordre 11. Tracer les courbes de l'exercice 3 et de l'exercice 6 sur une même représentation. Que remarque t-on ?