

CONTROLE INFO 1

Exercice 1

1) On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :

$$u_n = n/2 \text{ si } n \text{ est pair, } u_n = 3n + 1 \text{ si } n \text{ est impair.}$$

Ecrire une procédure $u := \text{proc}(n)$ calculant le terme d'ordre n de cette suite. Rappel : irem et iquo représentent respectivement le reste et le quotient de la division de deux entiers dans \mathbb{N} .

2) On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :

$$u_0 = a \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n/2 \text{ si } u_n \text{ est pair, } u_{n+1} = 3u_n + 1 \text{ si } u_n \text{ est impair.}$$

Ecrire une procédure $u := \text{proc}(a, n)$ calculant le terme d'ordre n de cette suite.

Exercice 2

. Ecrire deux procédures, $\text{min} := \text{proc}(x, y)$ et $\text{max} := \text{proc}(x, y)$ permettant de calculer respectivement le minimum et le maximum de deux nombres x et y .

Exercice 3

L'algorithme d'Euclide à l'origine était le suivant. Soit $(a, b) \in \mathbb{N}^{*2}$, $b < a$. On pose $c = a - b$ puis $a_1 = \max(b, c)$, $b_1 = \min(b, c)$, $c_1 = a_1 - b_1$, $a_2 = \max(b_1, c_1)$, $b_2 = \min(b_1, c_1)$... Les suites (a_k) et (b_k) sont strictement décroissantes et au bout d'un nombre fini d'étapes on obtient $a_k = b_k$ (on ne demande pas de vérifier cette propriété). Cette valeur commune est le pgcd de a et b .

Exemple.

a	b	c
168	105	63
105	63	42
63	42	21
42	21	21
21	21	

le pgcd de 168 et 105 est 21.

Ecrire une procédure pgcd mettant en oeuvre cet algorithme.

Remarque : Les procédures min et max définies précédemment peuvent être utilisées dans cet exercice.

Exercice 4

On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$$u_0 = a, v_0 = b, u_{n+1} = u_n v_n, v_{n+1} = u_n \sqrt{v_n}, n \in \mathbb{N}.$$

Ecrire une procédure $\text{suites} := \text{proc}(n, a, b)$ donnant les termes d'ordre n de chaque suite en fonction des valeurs initiales a et b . On utilisera des variables locales U, V, t représentant les valeurs de chaque suite, t étant une variable utilisée dans le calcul de ces valeurs et une variable locale k représentant un compteur de boucle. Le résultat sera donné sous forme de liste $[U, V]$.