DM

Exercice 1

Dans chaque cas reconnaître la conique en précisant ses éléments caractéristiques.

1)

$$\rho = \frac{2}{2 + \cos\theta + \sin\theta}.$$

2)

$$\rho = \frac{4}{1 + \cos(\theta - \frac{\pi}{3})}.$$

Exercice 2

Soit (E) l'équation différentielle :

$$ax^2y'' + bxy' + cy = 0, \; (a, b, c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^2.$$

1) En posant $z = y \circ exp$ c'est à dire $z(t) = y(e^t)$, ce qui revient à faire le changement de variable $x = e^t$, montrer que y est solution de (E) sur $\mathbb{R}_+^*$ si et seulement si z est solution d'une équation du second ordre à coefficients constants que l'on précisera. Comment procéder pour obtenir une équation du second ordre à coefficients constants équivalente à (E) sur $\mathbb{R}_-^*$?

2) Résoudre l'équation différentielle :

$$x^2y'' - xy' + y = 0.$$

Exercice 3

En utilisant l'exercice précédent, déterminer toutes les application f deux fois dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$ telles que :

$$\forall x > 0, \; f'(x) = f\left(\frac{1}{x}\right).$$