

DEVOIR SURVEILLE 1

Exercice 1

Les questions sont indépendantes.

1) Résoudre l'équation $z^2 - (3 + 6i)z - 6 + 8i = 0$.

2) Après avoir factorisé le polynôme $P(z) = (3z^2 + z + 1)^2 + (z^2 + 2z + 2)^2$ en produit de deux polynômes du deuxième degré, résoudre l'équation $P(z) = 0$. (écrire $P(z)$ sous forme d'une différence de deux carrés).

3) Calculer $(1 - 2i)^4$, puis résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 = -7 + 24i$.

Exercice 2

Déterminer les éléments caractéristiques (centre, angle, rapport) de la similitude directe définie dans \mathbb{C} par :

$$z' = (1 + i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - \sqrt{3}i$$

où le point M' d'affixe z' est le transformé du point M d'affixe z dans cette similitude.

Exercice 3

Le plan étant rapporté à un repère orthonormal, on considère les points A, B, C d'affixes respectives $a = 2 - i$, $b = 4 - 3i$ et $c = \sqrt{3} + 3 + (\sqrt{3} - 2)i$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 4

On considère le cercle \mathcal{C} de centre $U(1, 0)$ et de rayon 1 et le cercle \mathcal{C}' de centre $U'(0, 1)$ de rayon $\sqrt{2}$.

- 1) Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de ces deux cercles.
- 2) Déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle ABU' .