

TRAVAUX DIRIGÉS DE MATHÉMATIQUES N°7

Coniques

Exercice 1 Le plan est muni d'un repère orthonormal O, \vec{i}, \vec{j} . Montrer qu'il existe une et une seule parabole de sommet $S(0, 1)$ et de foyer $F(1, 2)$. En déterminer une équation cartésienne dans le repère O, \vec{i}, \vec{j} .

Exercice 2 Soient D et T deux droites du plan et A un point de T . A quelles conditions sur A, D et T existe-il une parabole de directrice D admettant T comme tangente en A . On indiquera alors le foyer F .

Exercice 3 Dans le plan muni d'un repère orthonormé O, \vec{i}, \vec{j} , soit \mathcal{C} la conique de foyer $F(1, -1)$ de directrice $D : x = 5$ et d'excentricité $\frac{1}{3}$.

1. Déterminer la nature de \mathcal{C} , l'axe focal, les coordonnées des sommets principaux A et A' , non principaux B et B' , du centre Ω , du second foyer F' et de la seconde directrice D' .
2. Préciser l'équation de \mathcal{C} dans le repère O, \vec{i}, \vec{j} et les coordonnées des points d'intersection avec les axes.

Exercice 4 Reconnaître et donner les éléments caractéristiques des courbes C d'équation

1.

$$\rho = \frac{2}{2 + \cos \theta + \sin \theta}$$

2.

$$\rho = \frac{4}{1 + \cos \theta - \frac{\pi}{3}}$$

3.

$$\rho = \frac{3}{1 + 2 \sin \theta}$$

Exercice 5 On considère le plan muni d'un repère orthonormé O, \vec{i}, \vec{j} , α un réel non nul et A le point de coordonnées $(\alpha, 0)$.

1. Déterminer l'ensemble E des foyers des hyperboles passant par A de directrice (Oy) .
2. Déterminer l'ensemble E_1 des foyers des hyperboles équilatères passant par A de directrice (Oy) .
3. Donner une représentation paramétrique de E_1 .
4. Déterminer alors, dans le repère O, \vec{i}, \vec{j} , les équations des hyperboles équilatères ainsi déterminées.

Exercice 6 Le plan étant rapporté à un repère orthonormal, déterminer la nature de la conique d'équation cartésienne

$$x^2 - 2y^2 + x - 2y = 0.$$

Exercice 7 Le plan étant rapporté à un repère orthonormal, déterminer la nature et calculer les éléments caractéristiques de la conique d'équation cartésienne

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 + 2x + 14y + 5 = 0.$$

Exercice 8 Le plan étant rapporté à un repère orthonormal, déterminer la nature et calculer les éléments caractéristiques de la conique d'équation cartésienne

$$x^2 + xy + y^2 - x + 4y + 5 = 0.$$