

TD Intégrales doubles et triples

Exercice 1 *Calculer l'intégrale double*

$$I = \iint_D \ln(1 + x + y) \, dx dy,$$

où D est défini par : $x + y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Exercice 2 *Calculer l'intégrale double*

$$I = \iint_D e^{x^2} \, dx dy,$$

en coordonnées polaires. D étant défini par : $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq x/3$.

Exercice 3 *Calculer l'intégrale triple*

$$I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) \, dx dy dz,$$

où V est défini par : $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \leq 1$. et a, b, c positifs.

Exercice 4 *Calculer l'intégrale triple*

$$I = \iiint_V z \, dx dy dz,$$

V étant le volume intérieur à la sphère de rayon R centrée en O .

Exercice 5 *Déterminer le volume de l'ellipsoïde d'équation :*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

où a, b, c désignent trois réels strictement positifs.

Exercice 6 *Déterminer le volume du cône droit de hauteur h et de base un disque de rayon R .*

Exercice 7 Calculer l'intégrale triple

$$I = \iiint_V z^2 \, dx dy dz,$$

V étant le volume intérieur à la sphère de rayon R centrée en O .

Exercice 8 Calculer l'intégrale

$$\iiint_D \frac{dx dy dz}{z},$$

D étant le domaine limité par la demi-sphère de centre O , de rayon R , $z \geq 0$ et le cône de révolution d'axe Oz et d'ouverture 2α ($0 < \alpha < \pi/2$).

Exercice 9 Volume d'un tore de révolution.

Soient a, b, c trois réels strictment positifs et tels que $a < c$.

Calculer le volume du tore T obtenu en faisant tourner l'ellipse d'équation :

$$\frac{(y - c)^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad x = 0$$

autour de l'axe Oz .