PROPRIETES METRIQUES DES COURBES PLANES

Exercice 1

Calculer la longueur de la courbe paramétrée par :

$$x(t) = 3\cos t + 3\cos 2t + \cos 3t,\ y(t) = 3\sin t + 3\sin 2t + \sin 3t,\ a > 0.$$

Déterminer sa développée.

exercice 2

Calculer la longueur de la courbe d'équation polaire :

$$\rho(\theta) = a\cos^3\frac{\theta}{3}.$$

Exercice 3

Montrer que la courbe d'équation :

$$y = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln(x + \sqrt{x^2-1})$$

est de classe C^1 sur $[1, +\infty[$ et calculer son abscisse curviligne qui s'annule en 1. Retrouver ce résultat en effectuant le changement de paramétrage défini par $x = \cosh t$.

Exercice 4

Tracer l'arc orienté $\mathcal{C}$ d'équation polaire :

$$\rho(\theta) = \cos\theta - \frac{1}{\cos\theta}.$$

Déterminer l'abscisse curviligne de $\mathcal{C}$ qui s'annule en $\theta = 0$.

exercice 5

Tracer l'arc orienté paramétré $\mathcal{C}$ défini par les équations :

$$x(t) = 8\sin t,\ y(t) = \sqrt{2}\sin 2t.$$

Calculer la longueur de $\mathcal{C}$. Calculer le rayon de courbure en un point birégulier de $\mathcal{C}$.

Exercice 6

On considère la courbe $\mathcal{C}$ d'équation polaire :

$$\rho(\theta) = \frac{\sin 3\theta}{1+\sin 2\theta}.$$

Calculer le rayon de courbure en O pour tous les arcs passant par ce point. Calculer le rayon de courbure en A de paramètre $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Exercice 7

Déterminer des équations paramétriques de la développée de l'hyperbole d'équation ;

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$