

# COURBES PARAMETREES

## Exercice 1

Etudier et tracer la courbe paramétrée définie par

$$f(t) = \left( x(t) = \frac{t-1}{t}, y(t) = \frac{t^2}{t+1} \right).$$

Montrer que cette courbe admet une équation cartésienne, de la forme  $y = f(x)$ .

## Exercice 2

Etudier et tracer la courbe paramétrée définie par

$$f(t) = \left( x(t) = 2t + \frac{1}{2t+1}, y(t) = t^2 - \frac{1}{2t+1} \right).$$

## Exercice 3

On considère la courbe  $\Gamma$  définie par

$$f(t) = (x(t) = \cos^3 t, y(t) = \sin^3 t).$$

- 1) Etudier et tracer  $\Gamma$ .
- 2) Pour tout point  $M(t)$  de  $\Gamma$  non situé sur un des axes de coordonnées, on considère  $P(t)$  et  $Q(t)$ , points d'intersection de la tangente à  $\Gamma$  en  $M(t)$ , avec  $Ox$  et  $Oy$  respectivement. Montrer que  $\|\overrightarrow{P(t)Q(t)}\|$  est une constante que l'on déterminera.

## Exercice 4

Une courbe paramétrée  $(I, f)$  possède un point double s'il existe  $(t_1, t_2) \in I^2$ ,  $t_1 \neq t_2$ , tels que  $M(t_1) = M(t_2)$ .

Montrer que la courbe paramétrée définie par

$$f(t) = (x(t) = 3t^3 + 2t^2 - t - 1, y(t) = 3t^2 + 2t + 1)$$

admet un point double. Déterminer les deux tangentes correspondantes.

## Exercice 5

Etudier et tracer la courbe d'équation polaire

$$r = \cos(\theta) - \cos(2\theta).$$

## Exercice 6

Etudier et tracer la courbe d'équation polaire

$$r = \frac{\sin 3\theta}{\sin \theta}.$$

## Exercice 7

Etudier et tracer la courbe d'équation polaire

$$r = \frac{\sin \theta}{1 - 2 \cos \theta}.$$

## Exercice 8

On considère les points  $F(1,0)$  et  $F'(-1,0)$ . Déterminer une équation polaire de l'ensemble  $C$  des points  $M$  tels que  $MF.MF' = 1$ . Etudier et tracer cette courbe.