TRIGONOMETRIE

$\cos(a+b) = \cos a\ \cos b\ - \sin a\ \sin b.$
$\sin(a+b) = \sin a\ \cos b\ + \sin b\ \cos a.$

en remplaçant b par $-b$ et en utilisant $\sin(-b) = -\sin b$, $\cos(-b) = \cos b$, on obtient :

$\cos(a-b) = \cos a\ \cos b\ + \sin a\ \sin b.$
$\sin(a-b) = \sin a\ \cos b\ - \sin b\ \cos a.$

Conséquences :

$\tan(a+b) = \dfrac{\tan a\ + \tan b}{1 - \tan a\ \tan b}.$

$\tan(a-b) = \dfrac{\tan a\ - \tan b}{1 + \tan a\ \tan b}.$

Rappel : $\cos^2 a\ + \sin^2 a = 1.$

Angles doubles :

$\cos 2a = \cos^2 a\ - \sin^2 a = 2\cos^2 a\ - 1 = 1\ - 2\sin^2 a.$
$\sin 2a = 2\sin a\ \cos a.$

$\cos^2 a = \dfrac{1\ + \cos 2a}{2},\ \sin^2 a = \dfrac{1\ - \cos 2a}{2}.$

Transformation de somme en produit.
En posant $p = a+b,\ q = a-b$ dans les formules précédentes, on obtient :

$\cos p\ + \cos q = 2\cos\dfrac{p+q}{2}\ \cos\dfrac{p-q}{2}.$

$\cos p\ - \cos q = -2\sin\dfrac{p+q}{2}\ \sin\dfrac{p-q}{2}.$

$\sin p\ + \sin q = 2\sin\dfrac{p+q}{2}\ \cos\dfrac{p-q}{2}.$

Transformation de produit en somme.

$\cos a\ \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b)\ + \cos(a-b)\right).$

$\sin a\ \sin b = -\frac{1}{2}\left(\cos(a+b)\ - \cos(a-b)\right).$

$\sin a\ \cos b = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b)\ + \sin(a-b)\right).$

Equations.

$\sin a = \sin b \Longleftrightarrow a = b + k\,2\pi$ ou $a = \pi - b + k\,2\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$
$\cos a = \cos b \Longleftrightarrow a = b + k\,2\pi$ ou $a = -b + k\,2\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$
$\tan a = \tan b \Longleftrightarrow a = b + k\,\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

Relation entre rapports trigonométriques.

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x,\ \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x,\ \sin(\pi - x) = \sin x,\ \cos(\pi - x) = -\cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x,\ \tan(\pi + x) = \tan x.$